

# ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕМПЕРАТУРНОЙ СТАБИЛЬНОСТИ МЕТАЛЛОФОЛЬГОВЫХ РЕЗИСТОРОВ С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ СОПРОТИВЛЕНИЯ ВЫВОДОВ

В. Недорезов, д.т.н., niiemp@rambler.ru

Технический уровень разработки и производства резисторов и резисторных компонентов в первую очередь определяется значениями таких их параметров, как временная и температурная стабильности сопротивления, токовые шумы, а также точность обеспечения номинального сопротивления. Прецизионные и суперпрецизионные резисторы из резистивных сплавов, выполненные на основе микропровода, микропровода или металлургической фольги микронных размеров обладают уникальными характеристиками. Особый интерес представляют металлофольговые резисторы, сочетающие достоинства проволочных резисторов и возможность изготовления по полупроводниковой технологии [1, 2]. Их создание стало возможным благодаря применению прогрессивных групповых технологий и специальных конструкторских и материаловедческих решений.

## МОДЕЛЬ ТЕМПЕРАТУРНОЙ СТАБИЛЬНОСТИ МЕТАЛЛОФОЛЬГОВЫХ РЕЗИСТОРОВ

Высокие эксплуатационные характеристики металлофольговых резисторов и, прежде всего, температурный коэффициент сопротивления (ТКС) достигаются благодаря явлению термокомпенсации, которое связано с тензорезистивным эффектом, возникающим в системе резистивный материал-подложка из-за различия их температурных коэффициентов линейного расширения [3]. Первый вариант физико-математической модели температурной стабильности металлофольговых резисторов предложен в 1988 году [4]. При разработке модели были приняты следующие допущения:

- резистивная фольга жестко связана с подложкой, т.е. влияние клеевого слоя не учитывалось;
- толщина подложки намного больше толщины резистивной ленты, поэтому влияние фольги на подложку не учитывалось;
- температурные коэффициенты линейного расширения подложки и резистивного материала в рабочем интервале температур практически постоянны, что было подтверждено экспериментально;

- резистивная фольга благодаря малой толщине находится в резистивном элементе в плосконапряженном состоянии, и деформация происходит в упругой области.

При разработке модели учитывались следующие составляющие, вносящие вклад в ТКС: собственная температурная зависимость сопротивления исходной резистивной фольги и изменение ее сопротивления в зависимости от изменения геометрических размеров и объема. Изменение сопротивления резистора, вызываемое изменением температуры, в этом случае будет определяться как

$$\left(\frac{R_t}{R_0}\right)_p = \left(\frac{R_t}{R_0}\right)_{cf} + \left(\frac{R_t}{R_0}\right)_{V_{cf}} - \left(\frac{R_t}{R_0}\right)_{V_{np}}, \quad (1)$$

где  $\left(\frac{R_t}{R_0}\right)_p$  и  $\left(\frac{R_t}{R_0}\right)_{cf}$  – температурные изменения значений сопротивления резистора и свободной фольги, соответственно;  $\left(\frac{R_t}{R_0}\right)_{V_{cf}}$  и  $\left(\frac{R_t}{R_0}\right)_{V_{np}}$  – изменения значений сопротивления свободной и приклеенной резистивной фольги в результате

изменения геометрических размеров и объема, соответственно.

Сейчас для резистивных материалов с аномально низким ТКС не существует единой теоретической концепции механизма электропереноса. Поскольку обычно применяемая модель Грюнайзена-Блоха [5] дает хорошее совпадение экспериментальных и теоретических результатов только для некоторых чистых металлов, для описания температурной зависимости сопротивления свободной резистивной фольги можно воспользоваться выражением:

$$\left(\frac{R_t}{R_0}\right)_{\text{сф}} = 1 + \alpha_{20}(T - T_0) + \beta(T - T_0)^2, \quad (2)$$

где  $\alpha_{20}$  - соответствует ТКС резистивной ленты при температуре 20°C ( $T_0$ );  $\beta$  - характеризует температурную зависимость ТКС.

Зависимость сопротивления свободной резистивной фольги от температуры при изменении ее объема и геометрии определяется как

$$\left(\frac{R_t}{R_0}\right)_{V_{\text{сф}}} = \frac{\rho_t \frac{1 + dl}{(a + da)(h + dh)}}{\rho_0 \frac{1}{a \cdot h}}, \quad (3)$$

где  $l$ ,  $a$ ,  $h$  - геометрические размеры элемента фольги;  $dl$ ,  $da$ ,  $dh$  - их изменение в зависимости от температуры.

Если изменение объема и геометрических размеров определяется температурным коэффициентом линейного расширения резистивной фольги  $\alpha_{\text{ф}}$ , то

$$\left(\frac{R_t}{R_0}\right)_{V_{\text{сф}}} = \left(1 - \frac{d\rho}{\rho_0}\right) \frac{1}{1 + \alpha_{\text{ф}}(T - T_0)}. \quad (4)$$

В соответствии с работой [6],

$$\frac{d\rho}{\rho} = -G \frac{dV}{V} = -G \left( \frac{da}{a} + \frac{dh}{h} + \frac{dl}{l} \right),$$

где  $G$  - коэффициент Бриджмена;  $dV$  - изменение объема фольги при изменении температуры от  $T_0$  до  $T$ .

В отсутствие анизотропии температурного коэффициента линейного расширения получим:

$$\frac{d\rho}{\rho} = -3G \cdot \alpha_{\text{ф}}(T - T_0). \quad (5)$$

Подставив (5) в (4), после преобразований получим:

$$\left(\frac{R_t}{R_0}\right)_{V_{\text{сф}}} = [1 - 3G \cdot \alpha_{\text{ф}}(T - T_0)] \cdot [1 - \alpha_{\text{ф}}(T - T_0)]. \quad (6)$$

Для приклеенной фольги это выражение подобно уравнению (3) за исключением того, что

$$\frac{d\rho}{\rho} = -G \frac{dV}{V} = -G \left( \frac{da}{a} + \frac{dh}{h} + \frac{dl}{l} \right), \quad (7)$$

где  $\frac{da}{a}$ ,  $\frac{dl}{l}$  - изменение длины и ширины элемента резистора, равное  $\alpha_{\text{п}}(T - T_0)$ , а изменение высоты

$$\frac{dh}{h} = \alpha_{\text{ф}}(T - T_0) + 2\mu(\alpha_{\text{ф}} - \alpha_{\text{п}})(T - T_0), \quad (8)$$

где  $\mu$  - коэффициент Пуассона резистивного материала,  $\alpha_{\text{п}}$  - температурный коэффициент линейного расширения подложки.

После всех преобразований получим:

$$\left(\frac{R_t}{R_0}\right)_{\text{п}} = 1 + \alpha_{20}(T - T_0) + \beta(T - T_0)^2 + 2(\alpha_{\text{ф}} - \alpha_{\text{п}})(T - T_0)(\mu + G\mu - G) \dots \quad (9)$$

Выражение для ТКС, полученное из этой формулы, имеет вид:

$$\text{TKC} = \alpha_{20} + \beta(T - T_0) + 2(\alpha_{\text{ф}} - \alpha_{\text{п}})(\mu + G\mu - G). \quad (10)$$

Первая составляющая в выражении (10) соответствует ТКС резистивного материала при комнатной температуре, вторая составляющая характеризует степень изменения ТКС в зависимости от температуры, третью определяет тензоэффект в системе резистивная фольга-подложка. Поскольку значение коэффициента Бриджмена, входящего в выражение (10), установить экспериментально достаточно сложно, предложено выразить  $G$  через коэффициент тензочувствительности  $K$ , который легко определить экспериментально [7, 8].

Общий вид уравнения изменения  $K$  в зависимости от характеристик материала и углов  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  между направлением деформации и осями  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , соответственно, для случая деформации объемного образца в произвольном направлении по отношению к направлению протекания тока будет иметь вид [9]:

$$K = G(1 - 2\mu) \cdot (\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma) + (\cos\alpha - \cos\beta - \cos\gamma) + 2\mu \cdot \cos\alpha, \quad (11)$$

Из общего выражения вытекают частные случаи. Например, для одноосного напряженного состояния, когда направление протекания тока совпадает с направлением деформации, т.е.  $\alpha = 0^\circ$ ,  $\beta = 90^\circ$  и  $\gamma = 90^\circ$  (продольный тензоэффект), уравнение (11) преобразуется в вид:

$$K_{\infty} = G(1 - 2\mu) + 1 + 2\mu, \quad (12)$$

где  $K_{\infty}$  – продольный коэффициент тензочувствительности.

Если выразить коэффициент Бриджмена через продольный коэффициент тензочувствительности  $K$  и подставить его в формулу (10), получим:

$$K_{\infty} = G(1 - 2\mu) + 1 + 2\mu \Rightarrow G = \frac{1 + 2\mu - K_{\infty}}{2\mu - 1}. \quad (13)$$

Тогда

$$\text{TKC} = \alpha_{20} + \beta(T - T_0) + 2(\alpha_{\phi} - \alpha_{\pi}) \cdot \left[ \frac{1 + 2\mu - K_{\infty}}{2\mu - 1} (\mu - 1) + \mu \right]. \quad (14)$$

В общем виде минимальное значение ТКС металлофольгового резистора в диапазоне рабочих температур определяется как

$$\int_{T_1}^{T_2} \text{TKC}(T) \cdot dT \rightarrow \min \rightarrow 0 \quad (15)$$

или

$$\int_{T_1}^{T_2} \left\{ \alpha_{20} + \beta(T - T_0) + 2(\alpha_{\phi} - \alpha_{\pi}) \cdot \left[ \frac{1 + 2\mu - K_{\infty}}{2\mu - 1} (\mu - 1) + \mu \right] \right\} dT = 0. \quad (16)$$

После интегрирования получим:

$$\alpha_{20} + \frac{\beta}{2} (T_2 + T_1 - 2T_0) + 2(\alpha_{\phi} + \alpha_{\pi}) \cdot \left[ \frac{1 + 2\mu - K_{\infty}}{1 - 2\mu} (1 - \mu) + \mu \right] = 0, \quad (17)$$

где  $T_2$ ,  $T_1$ ,  $T_0$  – максимальная, минимальная и комнатная температуры, соответственно, в рабочем диапазоне температур.

В рамках разработанной модели в выражение (17), кроме  $\alpha_{20}$ , входят постоянные величины, которые определяются экспериментально [10–11]. Для обеспечения минимальных значений ТКС в рабочем интервале температур необходимо решить уравнение относительно  $\alpha_{20}$ .

Расчеты температурной зависимости значений сопротивления исходной фольги из отечественного сплава НМ23ХЮ и резисторов, идеального и реального, P2-67 (рис.1) показали расхождение значений сопротивления резисторов. Это в основном обусловлено отклонением значений ТКС исходной резистивной фольги от расчетного, а также вкладом ТКС выводов. Чем меньше сопротивление металлофольгового резистора, тем больше вклад выводов в общее изменение ТКС резистора. Проведем расчет этого вклада и добавим его в качестве составляющей в модель ТКС металлофольгового резистора.

### МОДЕЛЬ ТЕМПЕРАТУРНОЙ СТАБИЛЬНОСТИ МЕТАЛЛОФОЛЬГОВЫХ РЕЗИСТОРОВ С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ СОПРОТИВЛЕНИЯ ВЫВОДОВ

Экспериментально установлено, что температурные зависимости сопротивления металлофольговых резисторов и сопротивления выводов описываются достаточно точно полиномом второй степени. С учетом этого и разработана модель ТКС металлофольговых резисторов с учетом сопротивления выводов.

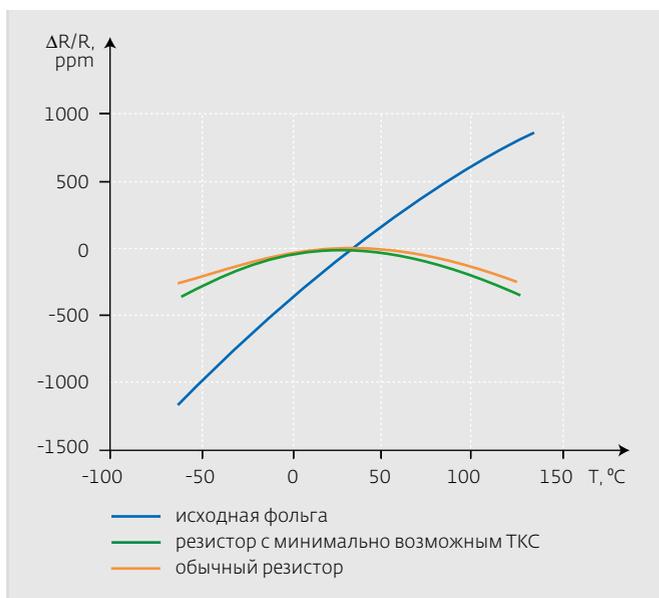
Общее сопротивление металлофольгового резистора складывается из сопротивления резистивного элемента и сопротивления выводов при условии, что резистор включен в схему последовательно по двухпроводной схеме. Тогда общее сопротивление при нормальной температуре будет равно:

$$R_{06}^{T_0} = R_{p.э}^{T_0} + R_b^{T_0}, \quad (18)$$

где  $R_{06}^{T_0}$  – общее сопротивление резистора,  $R_{p.э}^{T_0}$  – сопротивление резистивного элемента,  $R_b^{T_0}$  – сопротивление выводов.

Общее сопротивление резистора при температуре  $T_1$  будет равно:

$$R_{06}^{T_1} = R_{p.э}^{T_1} + R_b^{T_1} = R_{p.э}^{T_0} [1 + \alpha_{p.э} (T_1 - T_0) + \beta_{p.э} (T_1 - T_0)^2] + R_b^{T_0} [1 + \alpha_b (T_1 - T_0) + \beta_b (T_1 - T_0)^2], \quad (19)$$



**Рис.1.** Температурные зависимости сопротивления исходной фольги и резисторов на основе отечественного сплава НМ23ХЮ

где  $R_{об}^{T_1}$  – общее сопротивление резистора,  $R_{п.э}^{T_1}$  – сопротивление резистивного элемента,  $R_{в}^{T_1}$  – сопротивление выводов,  $\alpha_{п.э}$  и  $\beta_{п.э}$  – соответствующие температурные коэффициенты резистивного элемента;  $\alpha_{в}$  и  $\beta_{в}$  – соответствующие температурные коэффициенты материала вывода.

После подстановки выражений (18) и (19) в формулу ТКС получим:

$$\begin{aligned} \text{ТКС} &= \frac{R_{об}^{T_1} - R_{об}^{T_0}}{R_{об}^{T_0} (T_1 - T_0)} = \\ &= \frac{R_{п.э}^{T_0} [1 + \alpha_{п.э} (T_1 - T_0) + \beta_{п.э} (T_1 - T_0)^2]}{(R_{п.э}^{T_0} + R_{в}^{T_0})(T_1 - T_0)} + \\ &+ \frac{R_{в}^{T_0} [1 + \alpha_{в} (T_1 - T_0) + \beta_{в} (T_1 - T_0)^2] - (R_{п.э}^{T_0} + R_{в}^{T_0})}{(R_{п.э}^{T_0} + R_{в}^{T_0})(T_1 - T_0)} = \\ &= \frac{R_{п.э}^{T_0} \alpha_{п.э} (T_1 - T_0) + R_{п.э}^{T_0} \beta_{п.э} (T_1 - T_0)^2}{(R_{п.э}^{T_0} + R_{в}^{T_0})(T_1 - T_0)} + \\ &+ \frac{R_{в}^{T_0} \alpha_{в} (T_1 - T_0) + R_{в}^{T_0} \beta_{в} (T_1 - T_0)^2}{(R_{п.э}^{T_0} + R_{в}^{T_0})(T_1 - T_0)}. \end{aligned}$$

В результате преобразования выражения (20) получим:

$$\text{ТКС} = \frac{R_{п.э}^{T_0} [\alpha_{п.э} + \beta_{п.э} (T_1 - T_0)] + R_{в}^{T_0} [\alpha_{в} + \beta_{в} (T_1 - T_0)]}{(R_{п.э}^{T_0} + R_{в}^{T_0})}. \quad (21)$$

После перемножения и деления числителя и знаменателя на  $R_{в}^{T_0}$  получим:

$$\text{ТКС} = \frac{\frac{R_{п.э}^{T_0}}{R_{в}^{T_0}} \alpha_{п.э} + \frac{R_{п.э}^{T_0}}{R_{в}^{T_0}} \beta_{п.э} (T_1 - T_0) + \alpha_{в} + \beta_{в} (T_1 - T_0)}{\left(\frac{R_{п.э}^{T_0}}{R_{в}^{T_0}} + 1\right)}. \quad (22)$$

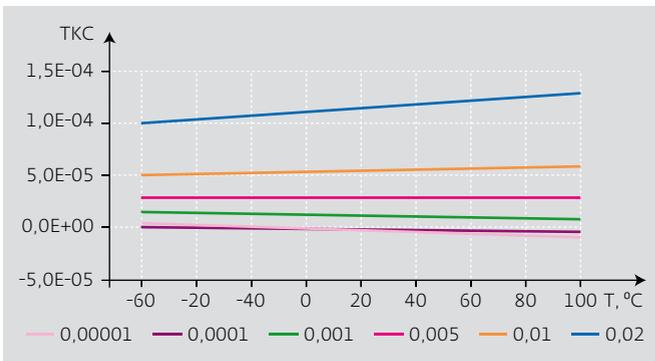
При отношении  $\frac{R_{п.э}^{T_0}}{R_{в}^{T_0}} \geq 50$ , что соответствует

максимальной погрешности измерения ТКС, можно выполнить следующие преобразования с погрешностью менее 5%.

После деления числителя на знаменатель получим:

$$\text{ТКС} = \alpha_{п.э} + \beta_{п.э} (T_1 - T_0) + \frac{R_{в}^{T_0}}{R_{п.э}^{T_0}} [\alpha_{в} + \beta_{в} (T_1 - T_0)]. \quad (23)$$

Сумма первых двух членов в уравнении (23) равна уравнению модели ТКС, описываемой формулой (14).



**Рис.2.** Изменение температурной зависимости сопротивления металлофольговых резисторов от значения  $\frac{R_{п.э}^{T_0}}{R_n^{T_0}}$

Таким образом, обобщенная модель с учетом вклада ТКС выводов будет иметь вид:

$$TKC = \alpha_{20} + \beta(T - T_0) + 2(\alpha_{\phi} - \alpha_n) \cdot \left[ \frac{1 + 2\mu - K_{\infty}(\mu - 1) + \mu}{2\mu - 1} \right] + \frac{R_{п.э}^{T_0}}{R_n^{T_0}} [\alpha_b + \beta_b(T_1 - T_0)]. \quad (24)$$

Полученная модель ТКС металлофольговых резисторов учитывает вклад ТКС сопротивления выводов при заданном отношении  $\frac{R_{п.э}^{T_0}}{R_n^{T_0}}$ .

Для теоретической проверки полученной модели необходимо знать значения температурных коэффициентов  $\beta$ ,  $\alpha_b$  и  $\beta_b$ .

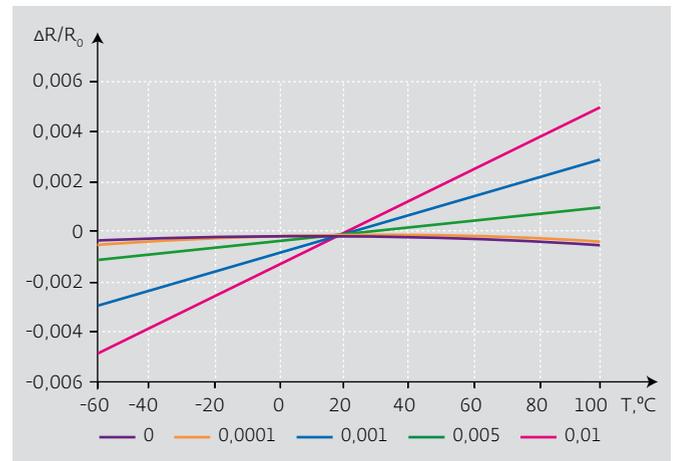
Для проверки модели металлофольговых резисторов на основе резистивной фольги из сплава НМ23ХЮ с никелевыми выводами рассмотрим идеальный случай, когда температурный коэффициент  $\alpha_{20}$  резистивного элемента равен нулю, что соответствует минимальному значению ТКС элемента. Температурный коэффициент  $\beta$ , входящий в выражение (24), численно равен коэффициенту  $\beta$  резистивной фольги из сплава НМ23ХЮ –  $-2,5 \cdot 10^{-8}$  град<sup>-2</sup> [10].

В соответствии с ГОСТ [12], температурная зависимость сопротивления никеля в интервале температур -60...100°C определяется выражением:

$$\rho_t = \rho_0 [1 + \alpha_b(T_1 - T_0) + \beta_b(T_1 - T_0)^2]. \quad (25)$$

где  $\alpha_b = 5,4963 \cdot 10^{-3}$  град<sup>-1</sup> и  $\beta_b = 6,7556 \cdot 10^{-3}$  град<sup>-1</sup>.

Рассчитаем влияние температурной зависимости сопротивления выводов на ТКС резистора



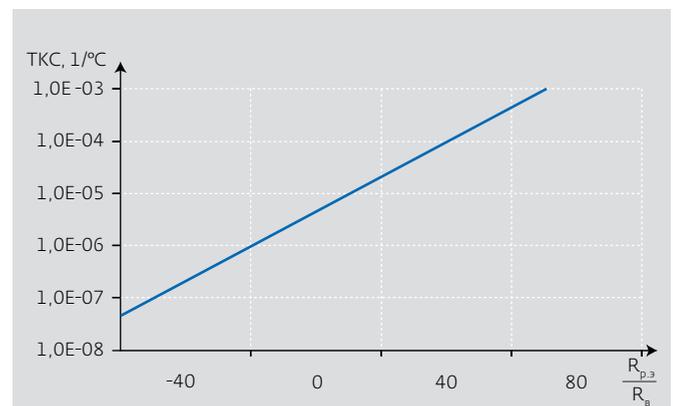
**Рис.3.** Температурная зависимость относительного изменения сопротивления металлофольговых резисторов от температуры при различных значениях  $\frac{R_{п.э}^{T_0}}{R_n^{T_0}}$

при значениях соотношения  $\frac{R_{п.э}^{T_0}}{R_n^{T_0}}$ , равных,  $10^5$ ,  $10^4$ ,  $10^3$ ,  $10^2$ ,  $50$ .

При теоретической проверке идеальной модели результаты исследований представляются в виде графиков  $TKC = f(T_1 - T_0)$ . С учетом этого условия в соответствии с уравнением (24) значение ТКС рассчитывается по формуле:

$$TKC = \beta(T - T_0) + \frac{R_{п.э}^{T_0}}{R_n^{T_0}} [\alpha_b + \beta_b(T_1 - T_0)]. \quad (26)$$

Температурные зависимости относительного изменения сопротивления, построенные в



**Рис.4.** Зависимость среднего значения ТКС металлофольговых резисторов от соотношения  $\frac{R_{п.э}^{T_0}}{R_n^{T_0}}$

координатах  $\frac{\Delta R}{R_0} = f(T_1 - T_0)$ , рассчитываются с помощью соотношения:

$$\frac{\Delta R}{R_0} = \beta(T - T_0)^2 + \frac{R_{p,3}^{T_0}}{R_{p,3}^{T_0}} [\alpha_b(T - T_0) + \beta_b(T_1 - T_0)^2]. \quad (27)$$

Из полученных в результате теоретических расчетов кривых видно, что при увеличении соотношения  $\frac{R_b^{T_0}}{R_{p,3}^{T_0}}$  происходит смещение ТКС резисторов в положительную область (рис.2). При этом при соотношении  $\frac{R_b^{T_0}}{R_{p,3}^{T_0}} \geq 10^4$  вклад температурной зависимости сопротивления выводов в общее изменение температурной зависимости сопротивления резистора пренебрежимо мал.

Изменение соотношения  $\frac{R_b^{T_0}}{R_{p,3}^{T_0}}$  влияет не только

на абсолютное значение ТКС, но и на крутизну температурной зависимости сопротивления резисторов. Коэффициент  $\beta$  изменяется от отрицательных значений, проходит через нуль при значении

$\frac{R_b^{T_0}}{R_{p,3}^{T_0}} \approx 500$  и затем увеличивается (рис.2 и 3).

Для того чтобы в обобщенном виде представить влияние температурной зависимости сопротивления выводов на ТКС резистора, необходимо определить среднее значение ТКС резистора в рассматриваемом интервале температур и предста-

вить его в виде  $TКС_{cp} = f\left(\frac{R_b^{T_0}}{R_{p,3}^{T_0}}\right)$ . Полученные зависи-

мости корректны, так как они справедливы для линейной модели, а ТКС описывается линейной моделью (26). С учетом того, что для проверки модели выбран симметричный относительно температуры  $T_0 = 20^\circ\text{C}$  интервал температур  $(-60...100^\circ\text{C})$ ,  $TКС_{cp} = TКС_{T_0}$ , т.е. значению ТКС резистора при температуре  $20^\circ\text{C}$ . Для большей наглядности эту зависимость можно построить в логарифмических координатах, так как

рассматриваемые значения  $TКС_{cp}$  и  $\frac{R_b^{T_0}}{R_{p,3}^{T_0}}$  в рамках

предложенной модели изменяются на несколько порядков. Из полученных кривых видно, что

в интервале выбранных значений  $\frac{R_b^{T_0}}{R_{p,3}^{T_0}} \geq 50$  зависи-

мость  $TКС_{cp} = f\left(\frac{R_b^{T_0}}{R_{p,3}^{T_0}}\right)$  для металлофольговых резисторов с никелевыми выводами хорошо аппроксимируется линейной зависимостью (рис.4).

\* \* \*

Таким образом, уточнена феноменологическая модель ТКС металлофольговых резисторов с учетом влияния ТКС выводов на изменение сопротивления резистора. Полученная модель позволяет не только учитывать зависимость сопротивления ТКС металлофольговых резисторов от сопротивления выводов, но и решать обратную задачу: по влиянию выводов на температурную зависимость сопротивления резисторов определять сопротивление выводов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Недорезов В.Г.** Металлофольговые резисторы и наборы резисторов. Часть 4. – М.: Электронные компоненты, 2005, №6.
2. **Искаков Б.М., Недорезов В.Г.** Резистивные материалы: нихромы и керметы (монография). – Алма-Ата, изд-е КГТУ, 2006.
3. Каталог фирмы "Vishay".
4. **Недорезов В.Г.** Температурная зависимость сопротивления металлофольговых резисторов. – Электронная техника. Сер. Радиодетали и радиокомпоненты, 1988, вып. 2(71), с.22–25.
5. **Киттель Ч.** Введение в физику твердого тела. – М.: Наука, 1978.
6. **Рузга З.** Электрические тензометры сопротивления. – М.: Мир, 1964.
7. **Недорезов В.Г.** Феноменологические модели температурной и временной стабильности металлофольговых резисторов. – Электронная промышленность, 2008, №4, с.75–78.
8. **Недорезов В.Г.** Модель температурной зависимости сопротивления металофольговых резисторов. – Петербургский журнал электроники, 2005, №4, с.77–82.
9. **Недорезов В.Г.** Зависимость коэффициента тензочувствительности керметных резистивных материалов от направления протекания тока и деформации. – Перспективные материалы, 2003, №3, с.95–100.
10. **Кузнецов А.В., Недорезов В.Г.** Физико-механические эффекты резистивной проволоки из прецизионных сплавов сопротивления. – Электронная техника. Сер. Материалы, 1990, вып. 8(253), с.63–66.
11. **Мараканов В.В., Недорезов В.Г., Кузнецов А.В.** Резистивные материалы на основе никеля для прецизионных резисторов. – Электронная промышленность, 1988, вып.3, с.62–64
12. ГОСТ 6651-91. Термопреобразователи сопротивления.